



*Регулятор, дозатор,  
энкодер, шаговый  
двигатель, коэффициент  
упругости*

*Regulator, seed meter,  
encoder, stepper motor,  
elastic ratio*

## РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ РЕМЕННОГО ПРИВОДА ДОЗИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА ЛЕНТОЧНОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ТРИЕРА

А.С. Угловский (фото)

к.т.н., инженер по научно-технической информации

В.В. Шмигель

д.т.н., профессор, профессор кафедры электрификации  
ФГБОУ ВО Ярославская ГСХА

Ленточный электростатический триер предназначен для получения семян огурца с наибольшим количеством женских соцветий, повышения всхожести семян. Использование данной установки позволяет увеличить валовый сбор продукции до 30%. Дозирующее устройство ленточного электростатического триера предназначено для равномерного порционного распределения семян на полочках данной установки.

В существующем ленточном электростатическом триере дозирующее устройство выполнено на основе рифленого валика [1, 4, 5]. Для обеспечения распределения семян в один слой по всей ширине полочки триера предлагается разработать усовершенствованный тип дозатора.

Перемещение дозирующего устройства осуществляется с помощью ременного привода. Ременный привод дозатора с исполнительным устройством в виде шагового двигателя представлен в литературе [2].

Шаговые двигатели работают по двум осям – X и Y. В данной конструкции положение дозирующего устройства измеряется с помощью энкодера, а натяжение ремня изменяет его коэффициент упругости.

Целью анализа и синтеза системы привода является выбор надлежащих параметров электродвигателя, шкива, регулятора и определение влияния коэффициента упругости ремня на характеристики данной системы. Для решения поставленной задачи была разработана модель привода и выбора его параметров.

После этого необходимо было определить передаточную функцию системы и выбрать ее остальные параметры, кроме коэффициента упругости ремня [3].

Для разработки математической модели привода дозатора необходимо использовать две части: механическую и электромеханическую.

Для механической части математической модели выбирается одномассовая система, сводя всю систему электродвигатель – дозатор к приведенному механическому звену.

Движение одномассовой системы описывается уравнением:

$$T_m = T + T_d, \quad (1)$$

где  $T$  – электромагнитный момент двигателя,  $T_d$  – возмущающее воздействие,  $T_m$  – момент на валу двигателя.

Электромагнитный момент двигателя  $T$  представляет собой управляющее воздействие, а момент сопротивления  $T_d$  – возмущающее воздействие.

Моменты, описывающие вращение электродвигателя с нагрузкой, задаются выражением:

$$T - T_L - T_b(\theta, \dot{\theta}) = J\ddot{\theta}, \quad (2)$$

которое представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка по углу  $\theta$ ; вращение двигателя от положения равновесия  $(\theta, \dot{\theta})$  представляет собой первую и вторую производные от  $\theta$  по времени соответственно.  $T_L$  – крутящий момент, зависящий от нагрузки (вращение шкива),  $T_b(\theta, \dot{\theta})$  – затухающий момент и  $J$  – момент инерции, приведенный к валу двигателя.

Все демпфирующие силы предполагаются как вязкие силы трения:

$$T_b(\theta, \dot{\theta}) \approx c_1'\dot{\theta}, \quad (3)$$

$$F_f(x_2, \dot{x}_2) \approx c_2\dot{x}_2, \quad (4)$$

где  $F_f(x_2, \dot{x}_2)$  – сила трения,  $c_1'$  и  $c_2$  – соответствующие константы линейных подшипников, Н·с/м.

Представим уравнения, описывающие динамику механической системы [1]:

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - u) + \frac{k_2}{e}(x_2 - x_1) - c_1\dot{x}_1, \\ m_2\ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1) - c_2\dot{x}_2, \quad (5)$$

где  $m_1$  – масса шкива,  $r$  – радиус шкива,  $u$  – электромагнитное положение равновесия, зависящее от тока, подаваемого на обмотки шагового двигателя с драйвера.

Применяя дополнительные отношения, в результате преобразования в линейные координаты получим:

$$m_1 = \frac{J}{r^2}, \\ k_1 = \frac{T_{max}n_r}{r^2}, \quad (6) \\ c_1 = \frac{c_1'}{r^2},$$

где  $T_{max}$  – максимальный крутящий момент двигателя.

Перейдем к записи уравнений движения дозатора.

Уравнение движения дозатора определяется как:

$$m_2\ddot{x}_2 = -F_f(x_2, \dot{x}_2) + F_t(x_2, \theta), \quad (7)$$

где  $m_2$  – масса дозатора (дозатор, перемещающийся по оси  $X$ ;  $F_t(x_2, \theta)$  – сила, действующая на ремень. Из уравнений (5) и (7) сила натяжения может быть смоделирована как пружина:

$$F_t(x_2, \theta) = k_2(x_2, \theta)(-r\theta - x_2), \quad (8)$$

где  $k_2(x_2, \theta)$  – постоянная пружины. Когда ремень вытягивает дозатор в положительном направлении оси  $x_2$ , усилие передается вдоль ни-

жней его части вокруг левого шкива, а затем через верхнюю часть дозатора. Когда ремень движется в противоположном направлении, усилие передается на дозатор. Если ремень имеет модуль жесткости пружины  $\hat{k}$  (Нм/м), можно записать систему как:

$$k_2(x_2, \theta) = \begin{cases} \frac{k}{L - (x_0 + x_2)} & \text{для } -r\theta - x_2 > 0 \\ \hat{k} & \\ \frac{\hat{k}}{L + (x_0 + x_2)} & \text{для } -r\theta - x_2 < 0 \end{cases}$$

где  $x_0$  представляет собой положение равновесия для текущего шага и  $L$  – расстояние между шкивами. Это соотношение можно сформулировать более кратко, используя функцию signum:

$$k_2(x_2, \theta) = \frac{\hat{k}}{L - (x_0 + x_2)\text{sgn}(-r\theta - x_2)}. \quad (9)$$

Определение  $k_2(x_2, \theta)$  на разрыве произвольно;  $F_t$  всегда будет иметь значение 0 в этой точке. Кроме того, механика обеспечивает длину активного ремня, что привело бы к бесконечному значению для  $k_2(x_2, \theta)$ , а это эквивалентно жесткой связи.

Момент нагрузки на двигатель  $T_L$  и растягивающая сила на другом конце ленты  $F_t$  связаны уравнением [2]:

$$F_t = -\frac{e}{r}T_L. \quad (10)$$

где  $e$  – КПД ременной передачи, равный единице,  $r$  – радиус шкива. Результатом является нелинейная система дифференциальных уравнений с нелинейностями, вызванными синусоидальными функциями  $\theta$ , а также динамикой ремня.

Рассмотрим электромеханическую часть математической модели (рис. 1).

Предполагается, что коэффициент упругости ремня равен  $k_2$ , радиус шкива –  $r$ , угол поворота вала двигателя –  $\theta$ , угол поворота правого шкива –  $\theta_p$ , масса дозирующего устройства –  $m$ , а его положение  $x_0(t)$ . Выходом энкодера является напряжение  $v_1$ , пропорциональное перемещению  $x_{op}$  то есть  $v_1 = k_3 \cdot x_0$ . Регулятор вырабатывает выходное напряжение  $v_2$ , являющееся функцией  $v_1$ . Напряжение  $v_2$  подается на обмотку возбуждения двигателя. Предположим, что мы можем использовать линейную зависимость [3]:

$$u_2 = -\left(k_4 \frac{dv_1}{dt} + k_5 v_1\right), \quad (11)$$

где  $k_4, k_5$  – коэффициенты обратной связи по скорости.

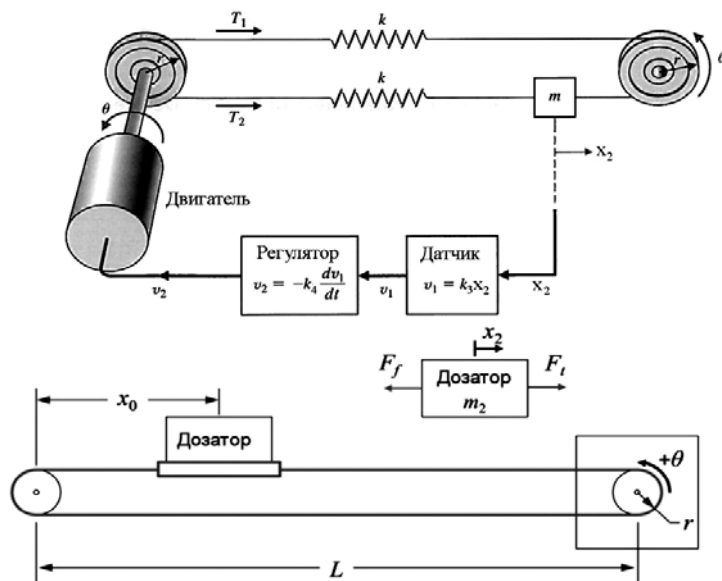


Рисунок 1 – Электромеханическая модель ременного привода дозатора

Момент инерции двигателя вместе со шкивом определяется как:  $J = J_{дв} + J_{шк}$ . Если мы выберем двигатель средней мощности (чуть менее 100 Вт), то для него  $J = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , индуктивностью обмотки возбуждения можно пренебречь, сопротивление обмотки возбуждения равно 2 Ом, постоянная двигателя  $k_m = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{А}$ , а коэффициент трения совместно со шкивом  $b = 0,25 \text{ Н}\cdot\text{мс}/\text{рад}$ . Радиус шкива  $r = 0,15 \text{ м}$ . Все эти параметры сведены в таблицу 1.

При  $L = 0$  ток возбуждения  $i = v_2/R$  и момент на валу  $T_m = k_m i$ . Следовательно, электромагнитный момент  $T$  электродвигателя определяется как:

$$T = -k_m i_p \sin n_r \theta. \quad (12)$$

где  $k_m$  – постоянная крутящего момента двигателя,  $n_r$  – число зубьев ротора,  $i_p$  – фазный ток,

$A (i_p = v_2/R)$ . Запишем фазное напряжение на каждой обмотке двигателя:

$$v_p = R i_p + L \frac{d i_p}{dt} + v_b,$$

где  $v_p$  – фазное напряжение, В;  $R$  – сопротивление катушки, Ом;  $L$  и  $v_b$  – индуктивность катушки, Гн, и противо-ЭДС, В. По нашим данным [2],  $v_p = v_2$ , тогда

$$v_b = -k_b \dot{\theta} \sin n_r \theta,$$

где  $k_b$  – постоянная противо-ЭДС двигателя.

Математическая модель может быть сформулирована в форме дифференциального уравнения состояния в векторно-матричном виде с вектором состояния  $q = [x_1 \dot{x}_1 x_2 \dot{x}_2]$ .

Рассмотрим уравнение (2), для правой его части установим переменную состояния  $dq/dt$ :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d^2 \theta}{dt^2}. \quad (13)$$

Таблица 1 – Параметры устройств дозатора

Параметры электропривода и датчика	Значения
Масса	$m_2 = 0,2 \text{ кг}$
Энкодер (датчик)	$k_3 = 1 \text{ В}/\text{мм}$
Радиус шкива	$r = 0,15 \text{ м}$
Электродвигатель	Биполярный шаговый двигатель
Индуктивность	$L \approx 0$
Сопротивление	$R = 2 \text{ Ом}$
Постоянная электродвигателя	$k_m = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{А}$
Момент инерции двигателя и шкива	$J = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

Используя уравнения (1), (2), (3), (5), (10), (13), получим:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{T_m - T_d}{J} - \frac{c_1 \dot{\theta}}{J} - rF_t.$$

В качестве третьей переменной состояния выберем  $x_3 = \theta$ .

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= \frac{T_m - T_d}{J} - \frac{c_1 r^2}{J} x_3 - r k_2 (x_2 - x_1). \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{T_m - T_d}{m_1 r^2} - \frac{c_1}{m_1} x_3 - \frac{k_2 (x_2 - x_1)}{m_1 r}. \end{aligned} \quad (14)$$

Следующие выражения подставляем в уравнение (14):

$$T_m = \frac{k_m}{R} v_2 \text{ и } v_2 = -k_3 k_4 \frac{dx_2}{dt} = -k_3 k_4 u.$$

Согласно данным Р. Бишоп [3, с. 166], уравнений (5) и (14), составим дифференциальное уравнение (15) состояния в векторно-матричном виде:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{m_2} & 0 & -\frac{(k_m/R)k_2 k_3 k_4 u}{m_1} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} q + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_d. \quad (15)$$

Позиция дозатора:  $y = [0 \ 0 \ 1 \ 0]q$ .

В качестве дополнения математическая модель может быть создана с использованием статистических методов для соответствия экспериментальным значениям. При таком методе проводится расчет количества полюсов и нулей передаточной функции. Этот метод расчета реализован в Matlab System Identification Toolbox и был использован в качестве настройки регулятора и проверки аналитической модели.

Рассмотрим экспериментальную часть работы привода (анализ системы электропривода дозатора).

Линеаризованная аналитическая математическая модель, показанная в уравнении (15), может быть сконвертирована в передаточную функцию Лапласа:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{c_1 m_2 + c_2 m_1 s^3 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}{s^4 + \frac{c_1 m_2 + c_2 m_1}{m_1 m_2} s^3 + \frac{c_1 c_2 + k_1 m_2 + (k_m/R)k_2 k_3 k_4 u + k_2 m_2}{m_1 m_2} s^2 + \frac{c_1 k_2 + c_2 k_1 + c_2 k_2}{m_1 m_2} s + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

По данной передаточной функции можно установить, как уменьшить влияние возмущения  $T_d$  на характеристики системы.

Произведем расчет математической модели. Определим коэффициенты упругости  $k_1, k_2$  и коэффициент регулятора  $k_4$ , при которых переменная состояния  $x_1$  из уравнения (16) как можно быстрее принимала бы малое значение после появления возмущения. Для проверки примем возмущение в виде ступенчатой функции, то есть  $T_d(s) = a/s$ . Если ремень является абсолютно жестким, то есть  $k \rightarrow \infty$ , то  $x_0$  в точности будет равно  $\theta$ . Основные параметры механической части системы показаны в таблице 2.

Передаточные функции для управления драйверами осей X (заполнение дозатором полочки триера по оси X) и Y (заполнение дозатором полочки триера по оси Y) при ступенчатом возмущении  $T_d(s) = a/s$  показаны ниже:

$$\begin{aligned} G_X(s) &= \frac{x_1}{T_d} = \frac{6,69158 \times 10^{11}}{s^4 + 16380,8s^3 + 7,82543 \times 10^6 s^2 + 4,82342 \times 10^9 s + 6,65380 \times 10^{11}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_Y(s) &= \frac{x_2}{T_d} = \frac{5,44776 \times 10^{10}}{s^4 + 3220,54s^3 + 3,38821 \times 10^6 s^2 + 2,70238 \times 10^8 s + 5,56597 \times 10^{10}}. \end{aligned}$$

Реакция переменных  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  на ступенчатое возмущение с максимальным значением равным 1,4 представлена в литературе [2], влияние нежелательного возмущения является весьма незначительным. Представленная модель может использоваться в разработке дозирующего устройства ленточного электростатического триера, что соответствует его технологическим требованиям.

Таблица 2 – Основные параметры механической части системы

Параметр	Формула	X ось	Y ось
Масса шкива, $m_1$	$m_1 = J/r^2$	0,13 кг	0,13 кг
Масса дозатора, $m_2$	-	0,45 кг	1,07 кг
Коэффициент упругости, $k$	$k_1 = T_{\max} \cdot n/r^2$	122 кН/м	244 кН/м

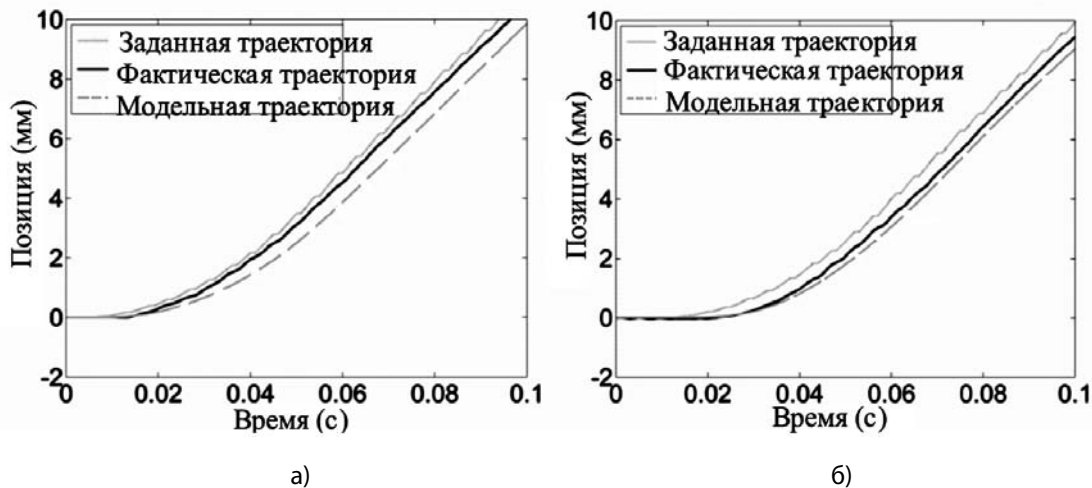


Рисунок 2 – Сравнение фактического (System Response) и модельного выходного сигнала (Simulated Response) системы для осей X (а) и Y (б)

Поскольку упрощение модели шагового двигателя делает нереалистичной реакцию на ступенчатые отклики, модель оценивается по заданной траектории, состоящей из плавного линейного изменения скорости. На рисунке 2 показано сравнение фактического (System Response) и модельного выходного сигнала (Simulated Response) системы для осей X и Y.

Модельный выходной сигнал имеет большую задержку, чем фактическая реакция системы, при этом ось X отстает от реальной системы намного больше, чем ось Y. Причина этого, вероятно, связана с нелинейностями, которые были упрощены в создании математической модели, используемой для нахождения коэффициентов  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $c_1$ ,

$c_2$ . Дозатор перемещается в положительном направлении на обоих участках X и Y, что должно вызывать более высокую постоянную натяжения ремня между мотором и нагрузкой и приводить к пропорциональному уменьшению запаздывания.

Сравнивая производные и оценочные значения для  $k_1$ , следует отметить, что оба коэффициента имеют практически одинаковое значение. Значительные различия между двумя осями в постоянной натяжения ремня ( $k_2$ ) и при демпфировании узла привода ( $c_1$ ) указывают на то, что модели не полностью отражают динамику системы. Затухание, вызванное линейными подшипниками ( $c_2$ ), приблизительно одинаково для двух осей X и Y, как и должно быть (табл. 3).

Таблица 3 – Оценка параметров системы по методу наименьших квадратов

Параметр	Расчетное значение по оси X	Расчетное значение по оси Y
Постоянная натяжения узла привода, $k_1$	355 кН/м	392 кН/м
Постоянная натяжения ремня, $k_2$	110 кН/м	20 кН/м
Постоянная демпфирования узла привода, $c_1$	2100 Н·с/м	411 Н·с/м
Постоянная демпфирования подшипника, $c_2$	112 Н·с/м	72 Н·с/м

Математическая модель была применена для параметров, действующих по осям X и Y, и результаты показывают «разумную корреляцию» с экспериментальной моделью, хотя некоторые расхождения остаются неразрешенными. Экспе-

риментальное тестирование параметров двигателя и ремня, а также использование более сложной модели системы может помочь согласовать эти различия.

#### **Литература**

1. Угловский, А.С. Математическое обоснование управления узлом рифленого валика ленточного электростатического триера [Текст] / А.С. Угловский, В.В. Шмигель // Международный научный журнал. – 2012. – № 4. – С. 70–80.
2. Угловский, А.С. Математическая модель привода дозатора ленточного электростатического триера [Текст] / А.С. Угловский, В.В. Шмигель // Инновационный путь развития предприятий АПК: сб. науч. тр. по матер. XL Международ. научно-практ. конф. проф.-преп. состава. – Ярославль: Изд-во ФГБОУ ВО Ярославская ГСХА, 2017. – С. 355–361.
3. Bishop, Robert H. Modern Control Systems [Text] / Robert H. Bishop. – 12-th ed. – Prentice-Hall, Upper Saddle River, 2011. – 831 p.
4. Пат. 145701 Российская Федерация. Триер [Текст] / Шмигель В.В., Угловский А.С.; патентообладатель ФГБОУ ВПО «Ярославская ГСХА». – № 2013146060/13; заявл. 15.10.2013; опубл. 27.09.2014.
5. Угловский, А.С. Обоснование автоматизации сепарации семян огурца на ленточном электростатическом триере [Текст] / А.С. Угловский, В.В. Шмигель // Вестник АПК Верхневолжья. – 2012. – № 3. – С. 34–42.

#### **References**

1. Uglovskij, A.S. Matematicheskoe obosnovanie upravlenija uzlom riflenogo valika lentochного jelektrostaticheskogo triera [Tekst] / A.S. Uglovskij, V.V. Shmigel' // Mezhdunarodnyj nauchnyj zhurnal. – 2012. – № 4. – S. 70–80.
2. Uglovskij, A.S. Matematicheskaja model' privoda dozatora lentochного jelektrostaticheskogo triera [Tekst] / A.S. Uglovskij, V.V. Shmigel' // Innovacionnyj put' razvitija predpriyatij APK: sb. nauch. tr. po mater. XL Mezhdunarod. nauchno-prakt. konf. prof.-prep. sostava. – Jaroslavl': Izd-vo FGBOU VO Jaroslavskaja GSHA, 2017. – S. 355–361.
3. Bishop, Robert H. Modern Control Systems [Text] / Robert H. Bishop. – 12-th ed. – Prentice-Hall, Upper Saddle River, 2011. – 831 p.
4. Pat. 145701 Rossijskaja Federacija. Trier [Tekst] / Shmigel' V.V., Uglovskij A.S.; patentoobladatel' FGBOU VPO «Jaroslavskaja GSHA». – № 2013146060/13; zajavl. 15.10.2013; opubl. 27.09.2014.
5. Uglovskij, A.S. Obosnovanie avtomatizacii separacii semjan ogurca na lentochном jelektrostaticheskom triere [Tekst] / A.S. Uglovskij, V.V. Shmigel' // Vestnik APK Verhnevzh'ja. – 2012. – № 3. – S. 34–42.

## **В СЛЕДУЮЩЕМ ВЫПУСКЕ**

### **ЖУРНАЛА:**

**ИННОВАЦИОННО-ИНВЕСТИЦИОННОЕ РАЗВИТИЕ  
АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА РЕГИОНА В УСЛОВИЯХ  
РЕАЛИЗАЦИИ ПОЛИТИКИ ИМПОРТОЗАМЕЩЕНИЯ**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРАЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ И МОЩНОСТЕЙ  
ДЛЯ ПРИВОДА РОТОРОВ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕЙ МАШИНЫ  
И СИЛ ТЯГИ РОТОРОВ**